

1. Simons fritidsjob

1.1

Optjent i februar måned: $55,35 \frac{kr}{time} \cdot 32 timer \approx 1771,2 kr$

1.2

Det beregnes hvor meget Simon skal arbejde for at tjene 24000 kr.:

$$\frac{24000 kr}{55,35 \frac{kr}{time}} \approx 433,6043 \cdot timer$$

1.3

Simon forventer at tjene 24000 kr. i 2012 og han skal betale 8% i arbejdsmarkedsbidrag:

Simons arbejdsmarkedsbidrag: $24000 kr \cdot 8\% = 1920 kr$

Simons årlige udbetaling: $24000 kr - 1920 kr = 22080 kr$

Simons månedlige udbetaling: $\frac{22080 kr}{12} = 1840 kr$

På gymnasiet regner vi det lidt anderledes ved hjælp af fremskrivningsfaktor, idet fremskrivningsfaktoren bestemmes (ligesom i renteformlen) som $(1+r)=(1-8\%)=1-\frac{8}{100}=0,92$ dvs. Simons årlige udbetaling er $24000 kr \cdot 0,92 = 22080 kr$. Se evt. mere på FriViden.dk under procentregning for at lære mere om fremskrivningsfaktor.

1.4

For at undersøge hvor stor Simons årsløn skal være, for at hans skattepligtige indkomst bliver 32000 kr. kan man gætte sig frem ved hjælp af et it-værktøj, eller man kan beregne Simons årsløn præcist. Til sidst i opgaven beregnes det præcise beløb, men først gættes ved hjælp af Excel:

I Excel indtastes følgende, og efterfølgende forsøger man sig frem med forskellige årslønninger:

A	B
Årsløn	
Beskæftigelsesbidrag	=B1*4,4%
Arbejdsmarkedsbidrag	=B1*8%
Skattepligtig indkomst	=B1-B2-B3

Først forsøges med Simons februar løn:

Årsløn	24000
Beskæftigelsesfradrag	1056
Arbejdsmarkedsbidrag	1920
Skattepligtig indkomst	21024

.. det gæt var for lavt i forhold til en skattepligtig indkomst på 32200. Jeg gætter nu på 40000 kr.:

Årsløn	40000
Beskæftigelsesfradrag	1760
Arbejdsmarkedsbidrag	3200
Skattepligtig indkomst	35040

...men det gæt på 40000 kr. var for højt. Jeg gætter på 35000 kr.:

Årsløn	35000
Beskæftigelsesfradrag	1540
Arbejdsmarkedsbidrag	2800
Skattepligtig indkomst	30660

...det var lidt for lavt... Jeg gætter frem og tilbage indtil jeg når

Årsløn	36800
Beskæftigelsesfradrag	1619,2
Arbejdsmarkedsbidrag	2944
Skattepligtig indkomst	32236,8

Hvis man skal beregne hvad Simons årsløn præcis skal være, for at hans skattepligtige indkomst bliver 32200 kr. skal man opstille følgende ligning, hvor x er Simons årsløn:

$$x - (x \cdot 4,4\%) - (x \cdot 8\%) = 32200$$



Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$x = 36757,99$$

Simon må altså højst tjene 36758 kr. per måned, hvis han vil undgå at betale skat.

2. Simons opsparing

2.1

Simon mangler at opspare: $13500 \text{ kr} - 2400 \text{ kr} = 11100 \text{ kr}$

2.2

Simon indbetaler fire år i træk 2400 kr. på en bankkonto. Første gang den 1. januar 2012.

Hvert år får Simon tilskrevet 5% i renter.

Saldo per 1. jan 2012:		= 2400 kr
Saldo per 1. jan 2013:	$2400 \text{ kr} + 2400 \text{ kr} \cdot 5\% + 2400 \text{ kr}$	= 4920 kr
Saldo per 1. jan 2014:	$4920 \text{ kr} + 4920 \text{ kr} \cdot 5\% + 2400 \text{ kr}$	= 7566 kr
Saldo per 1. jan 2015:	$7566 \text{ kr} + 7566 \text{ kr} \cdot 5\% + 2400 \text{ kr}$	= 10344,3 kr

... og bruger man Excel fås:

År	Saldo 1. januar	Rente	Saldo 31 dec
2012	2400	120	2520
2013	4920	246	5166
2014	7566	378,3	7944,3
2015	10344,3		

... men der findes faktisk en formel der kan regne det ud uden besvær - den formel ses nedenfor og kaldes annuitetsformlen, den vil du måske møde senere i dit skoleforløb. A_4 betegner det opsparde beløb efter 4 indbetalinger og b er det beløb Simon sætter ind hvert år og r er rentefoden altså $5\% = 0,05$.

$$A_n = b \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$A_4 = 2400 \text{ kr} \cdot \frac{(1+0,05)^4 - 1}{0,05} = 10344,3 \text{ kr}$$

2.3

Det ønskes beregnet hvor meget Simon skal indbetale hvert år for at have mellem 13000 kr. og 14000 kr. den 1. jan 2015. Det kan bestemmes på flere måder, men ved at gætte ved brug af regnearket nedenfor, så fås at **hvis Simon indsætter 3200 kr. hvert år i 4 år, så har han ca. 13792 kr. den 1. januar 2015:**

År	Saldo 1. januar	Rente	Saldo 31 dec
2012	3200	160	3360
2013	6560	328	6888
2014	10088	504,4	10592,4
2015	13792,4		

Hvis man vil prøve at bestemme beløbet ved hjælp af annuitetsformlen løses ligningen:

$$13500 \text{ kr} = x \cdot \frac{(1+0,05)^4 - 1}{0,05}$$



Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$x = 3132,16 \text{ kr}$$

Dvs. **hvis Simon indsætter 3132,16 kr. hvert år i 4 år, så har han 13500 kr. den 1. januar 2015:**

2.4

m er den kurve der viser udviklingen af opsparingen.

For alle tre tilfælde gælder det, at der i 2012 indbetales 5000 kr. Det betyder, at hvis der IKKE blev tilskrevet renter, så ville der i år 2016 stå 25000 kr. på kontoen.

For den røde kurve n gælder det, at der kun står der kun ca. 23000 kr. i år 2016, hvor der altså burde stå over 25000 kr. Den røde kurve n er derfor udelukket.

For den lilla kurve m gælder derimod at der står ca. 27000 kr. i år 2016, hvilket betyder, at der må være blevet tilskrevet renter.

Den sorte kurve l er udelukket, fordi den først vokser hurtigt og derefter vokser langsommere.

3. Højden af en silo

3.1

Ét skridt svarer til 85 cm dvs. 0,85 meter/skridt

50 meter svarer til:

$$\frac{50 \text{ meter}}{0,85 \frac{\text{meter}}{\text{skridt}}} = 58,82 \text{ skridt}$$

3.2

Trekanten er ligedannede da de har to vinkler tilfælles: de er begge retvinklede og de deler vinkel A.

3.3

Siloens højde beregnes fordi de to trekanter er ligedannede.

Den lille trekants størrelse bestemmes som:

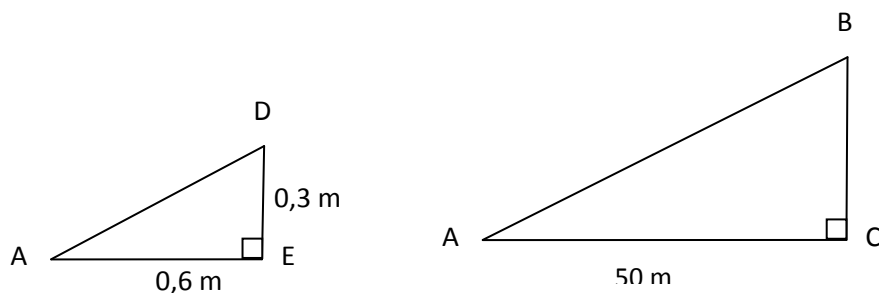
$$\frac{50 \text{ meter}}{0,6 \text{ meter}} \approx 83,33333$$

BC bestemmes idet DE forstørres 83,33333 gange:

$$0,3 \text{ meter} \cdot 83,33333 \approx 25 \text{ meter}$$

Men hertil skal lægges Julies øjenhøjde:

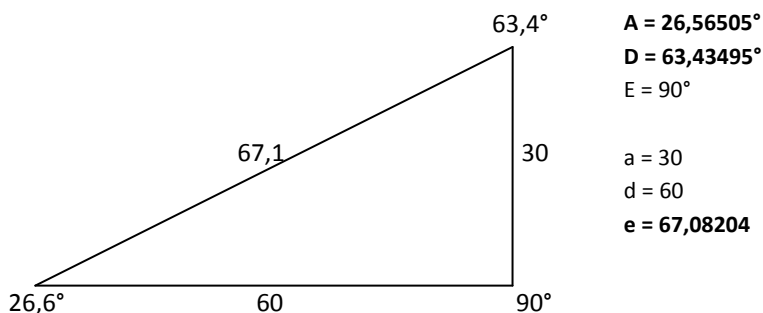
$$25 \text{ meter} + 1,5 \text{ meter} = 26,5 \text{ meter}$$



3.4

Her er wordmat helt genialt og kan regne det hele selv :-). Nedenfor har jeg intet skrevet, men blot defineret målene i en skabelontrekant i wordmat og wordmat skriver alle udregninger og forklaringer for mig.

WordMat's trekantsløser anvendes med input: $E = 90^\circ$, $a = 30$, $d = 60$



Længden af siden e findes vha. pythagoras

$$e = \sqrt{a^2 + d^2} = \sqrt{30^2 + 60^2} = 67,08204$$

Vinkel A findes vha. tangens

$$A = \tan^{-1}\left(\frac{a}{d}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{30}{60}\right) = 26,56505^\circ$$

Vinkel D findes vha. vinkelsum = 180° i en trekant

$$D = 180^\circ - E - A = 180^\circ - 90^\circ - 26,56505^\circ = 63,43495^\circ$$

Afstanden mellem Julies øje (A) til pindens top (D) er altså **67,1 cm**

3.5

Af ovenstående ses at Simon har ret, da A beregnes som

$$A = \tan^{-1}\left(\frac{a}{d}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{30}{60}\right) = 26,56505^\circ$$

4. Simons kondital

4.1

Simons maksimale puls bestemmes: $Mp = 208 - 0,7 \cdot 15 \approx 197,5$

4.2

Alderen der svarer til 194 beregnes: $194 = 208 - 0,7 \cdot A$



Ligningen løses for A vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$A = 20$$

Altså svarer Simons maksimale puls til at han var 20 år.

4.3

Simons kondital beregnes:

$$VO_2max = \frac{262}{0,23} \cdot \frac{60}{21100} + 0,25 = 3,489233 \text{ liter per minut}$$

$$Kondital = \frac{3,489233 \text{ liter}}{64 \text{ kg}} \approx 54,51927 \frac{\text{ml}}{\text{kg}}$$

4.4

- a) er forkert idet $\frac{arbmax}{0,23}$ ikke skal ganges med 0,25 som det sker i omskrivning a)
- b) er korrekt
- c) er korrekt
- d) er forkert da 0,25 ikke skal lægges sammen med 21100 og da 0,25 ikke er lagt til.

5. Fravær i Simons klasse

5.1

Hyppighedstabel for fravær i 9.A i januar måned

Antal fraværsdage	Hyppighed
0	6
1	5
2	5
3	3
4	2
5	1
6	1
7	1
8	0

5.2

8 elever ud af 24 var fraværende mere end to dage i januar dvs. $\frac{8}{24} \cdot 100\% \approx 0,333333\%$

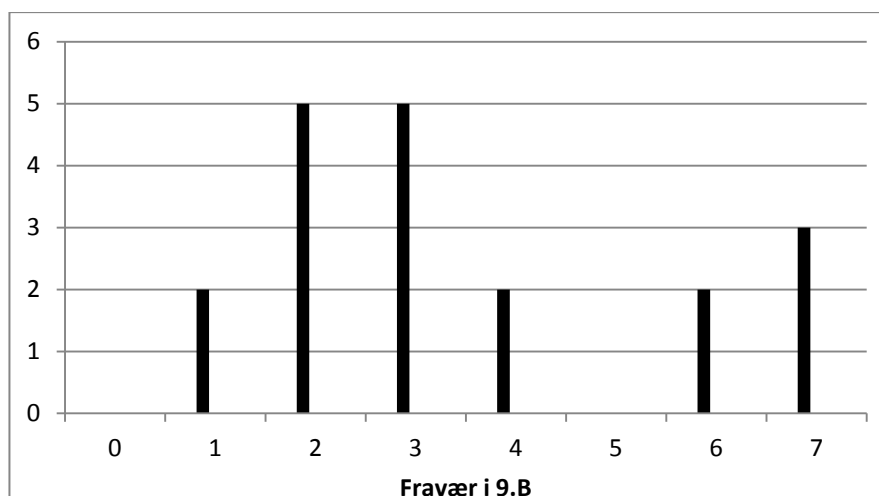
5.3

Antal elever i 9.B i januar måned: $0 + 2 + 5 + 5 + 2 + 0 + 2 + 3 = 19$ elever

5.4

Fravær i 9.B

Obs.	Hyp.
0	0
1	2
2	5
3	5
4	2
5	0
6	2
7	3



5.5

Middeltallet (gennemsnit) for 9.A: $\frac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 1}{24} \approx 2,083333$

Middeltallet for 9.B: $\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3}{19} \approx 3,578947$

Det antyder, at 9.B er $\left(\frac{3,578947 - 2,083333}{2,083333} \cdot 100 \approx 71,79\% \right)$ mere fraværende end 9.A

Typetallet (mest forekommende) for 9.A: 0 antal fraværsdage.

Typetallet for 9.B: 2,5 antal fraværsdage.

Der er mange raske elever uden fravær i 9.A

Medianen for 9.A med 24 elever findes ved at finde gennemsnitte mellem den 12. og 13. hyppigheder fra oven i hyppighedstabellen.

Medianen i 9.A : 2 fraværsdage

Medianen for 9.B med 19 elever findes ved at tælle den 10. hyppighed fra oven.

Medianen for 9.B: 3 fraværsdage.

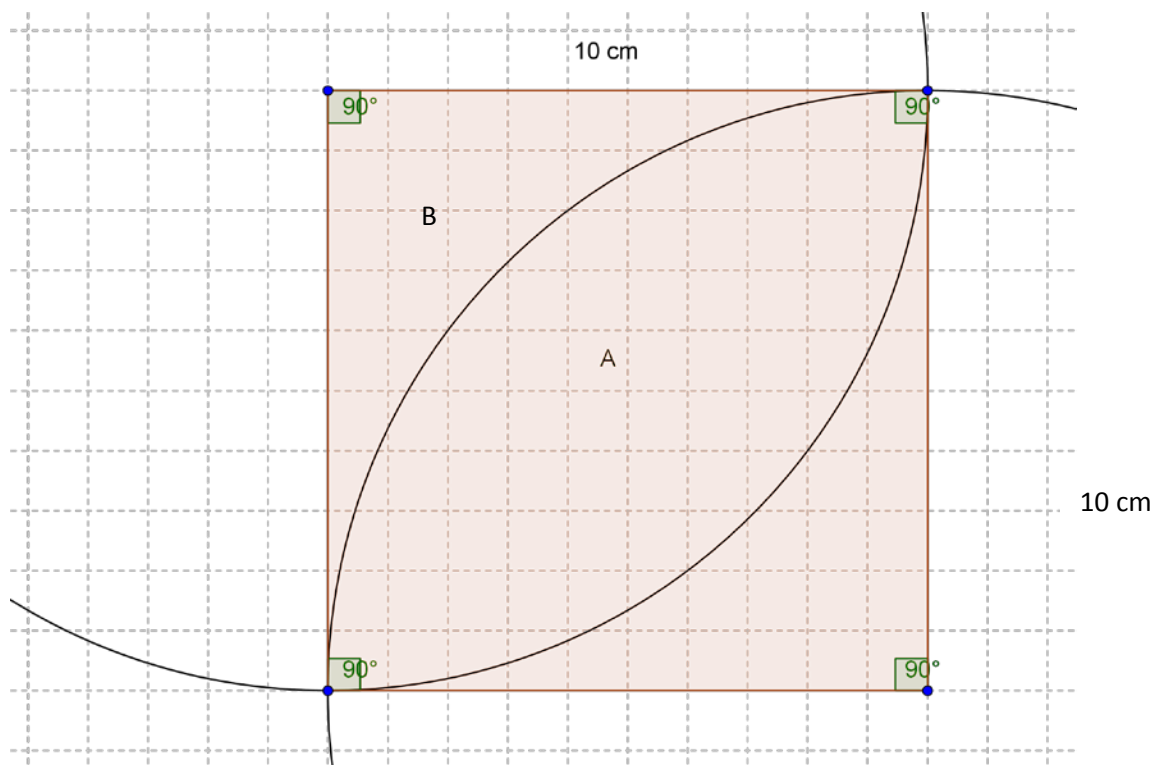
Det viser, at antallet af fraværsdage er forskudt over mod mere fravær i 9. B end i 9.A.

6. En figur af kvarte cirkler

6.1

For at en firkant er et kvadrat gælder det, at alle fire vinkler er 90 grader.

6.2



6.3

Kvadratets omkreds: $10\text{ cm} + 10\text{ cm} + 10\text{ cm} + 10\text{ cm} = 40\text{ cm}$

Kvadratets areal: $10\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 100\text{ cm}^2$

6.4

Omkredsen af en cirkel er $2\pi r$. Her er der tale om to kvarte cirkler dvs. tilsammen en halv cirkel.

Omkredsen af A er altså: $\frac{2 \cdot \pi \cdot 10\text{ cm}}{2} \approx 31,42\text{ cm}$

6.5

Arealet af A ønskes beregnet.

Først arealet af B (kvadratets areal - arealet af kvart cirkel): $100\text{ cm}^2 - \frac{\pi \cdot (10\text{ cm})^2}{4} \approx 21,46018\text{ cm}^2$

To arealer af størrelsen B trækkes fra kvadratets areal: $100\text{ cm}^2 - 2 \cdot 21,46018\text{ cm}^2 \approx 57,07964\text{ cm}^2$

Altså er arealet af figuren A ca. **57,1 cm²**