

## 1. Befolkningen i København i 2007

I 2007 boede der 5 447 084 mennesker i Danmark.

Af dem boede 4 943 385 uden for København.

**1.1** Beregn hvor mange mennesker der boede i København.

$$5447084 - 4943385 = 503699$$

Der boede 503 699 mennesker i København i 2007.

**1.2** Beregn hvor stor en procentdel af den danske befolkning der boede i København i 2007.

For at udregne dette tager man først indbyggerne i København og dividerer dem med indbyggerne i Danmark. Herefter ganger man resultatet med 100.

$$\frac{503699}{5447084} \cdot 100 \approx 9,247131$$

Dvs. at 9,25% af den danske befolkning boede i København i 2007.

**1.3** Vis at befolkningstætheden i København var ca. 5 200.

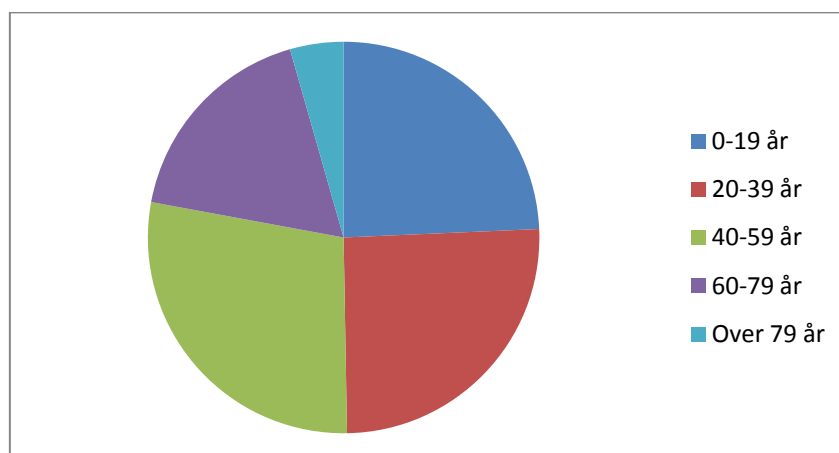
For at udregne befolkningstætheden tager man antal indbygger og dividerer med arealet. Københavns areal er 97 km<sup>2</sup>.

$$\frac{503699 \text{ mennesker}}{97 \text{ km}^2} \approx 5192,773 \frac{\text{mennesker}}{\text{km}^2}$$

Befolkningstætheden i København er 5193 mennesker pr. km<sup>2</sup>.

Hvis man afrunder 5192,773 til nærmeste hele hundrede, får man 5 200.

Diagrammet viser aldersfordelingen i hele Danmark.



**1.4** *Hvor stor en procentdel af Danmarks befolkning var mellem 40 og 59 år?*

Hvis vi, ud fra et cirkeldiagram, skal udregne en procentdel, skal vi tage vinklen på den pågældende del af diagrammet, og dividere det med 360. (Vi skal dividere med 360, fordi der er 360 grader i en cirkel). Herefter skal vi gange resultatet med 100 for at få det i procent.

Jeg har målt at den grønne del af cirklen har en vinkel på  $102^\circ$ .

$$\frac{102}{360} \cdot 100 = 28,33333\%$$

Ca. 28% af Danmarks befolkning er mellem 40 og 59 år.

**1.5** *Hvor mange danskere var mellem 40 og 59 år?*

Nu skal vi finde ud af, hvor mange 28% ud af 5 447 084 er. Det gøres ved, først at omregne de 28% til et decimaltal. Det gøres ved at dividere med 100.

$$\frac{28}{100} = 0,28$$

Dette tal ganges så med 5 447 084.

$$0,28 \cdot 5447084 = 1525184$$

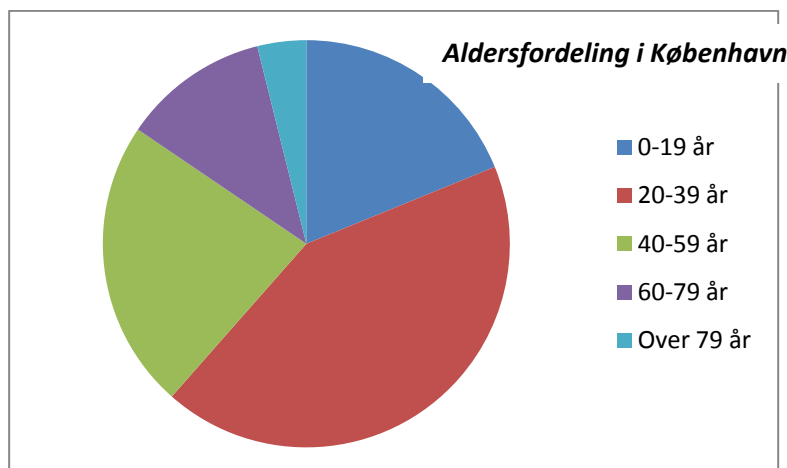
Dvs. at 1 525 184 danskere var mellem 40 og 59 år.

Tabellen viser aldersfordelingen i København.

| Alder      | Antal   |
|------------|---------|
| 0-19 år    | 94 810  |
| 20-39 år   | 214 995 |
| 40-59 år   | 115 457 |
| 60-79 år   | 59 404  |
| Over 79 år | 19 033  |

**1.6** *Vis denne aldersforskel i et cirkeldiagram.*

Jeg anvender Excel til at lave et cirkeldiagram.



Hvis man ikke har Excel, laves cirkeldiagrammet som følger:

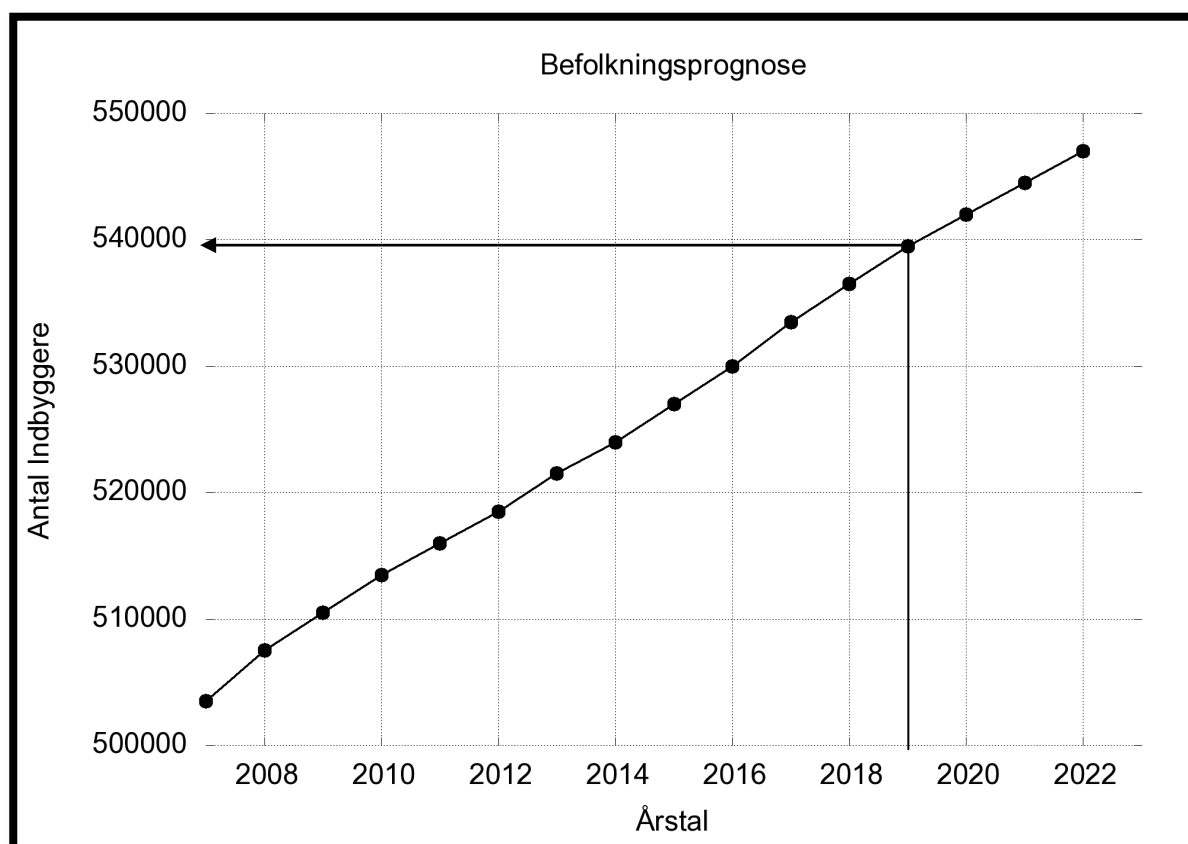
| Alder    | Antal   | $\frac{Del}{Hel} \cdot 100$                  | Procent | $\frac{Procent}{100} \cdot 360$         | Grader |
|----------|---------|--|---------|---|--------|
| 0-19 år  | 94 810  | $\frac{94810}{503699} \cdot 100 = 18,82275$  | 18,82 % | $\frac{18,82}{100} \cdot 360 = 67,752$  | 68°    |
| 20-39 år | 214 995 | $\frac{214955}{503699} \cdot 100 = 42,67529$ | 42,68 % | $\frac{42,68}{100} \cdot 360 = 153,648$ | 154°   |
| 40-59 år | 115 457 | $\frac{115457}{503699} \cdot 100 = 22,92182$ | 22,92 % | $\frac{22,92}{100} \cdot 360 = 82,512$  | 83°    |
| 60-79 år | 59 404  | $\frac{59404}{503699} \cdot 100 = 11,79355$  | 11,79 % | $\frac{11,79}{100} \cdot 360 = 42,444$  | 42°    |
| 79+ år   | 19 033  | $\frac{19033}{503699} \cdot 100 = 3,778646$  | 3,78 %  | $\frac{3,78}{100} \cdot 360 = 13,608$   | 14°    |

Nu ved vi hvor stor vinklen, for hver aldersgrupper, skal være i cirkeldiagrammet, og vi kan så tegne cirklen.

### 1.7 Sammenlign aldersforskellen i København med aldersforskellen i hele Danmark.

Ved at se på de to cirkeldiagrammer, er forskellene rimelig tydelige. I hele Danmark er ca. 25% 0-19 år, ca. 25% 20-39 år og lidt over 25% 40-59 år, hvorimod det i København er hovedsageligt er 20-39 årige der har bosat sig, og så er der til gengæld færre 0-19 årige og 40-59 årige. Personer med alderen 60-79 år og 79+ ligger nogenlunde på den samme procent både for København og Danmark.

## 2. Københavns folketal i fremtiden



Grafen viser en prognose for Københavns befolkningsudvikling fra 2007 frem til år 2022.

2.1 Aflæs på grafen hvor mange indbyggere der ifølge prognosen bor i København i 2019.

Der vil være ca. 539 500 indbyggere i København i år 2019.

2.2 Beregn forskellen på, hvor mange der ifølge prognosen bor i København i 2009 og 2019.

Jeg aflæser, at der i 2009 var ca. 511 000 indbyggere i København.

$$539\,500 - 511\,000 = 28\,500$$

Forskellen på antal indbyggere i København mellem 2009 og 2019, ifølge prognosen, er 28 500.

Herunder er to matematiske modeller.

$$\text{Model 1: } y = 2\,900x - 5\,316\,000$$

$x$  = årstal

$$\text{Model 2: } y = 2\,900x + 501\,700$$

$y$  = indbyggere i København

**2.3** Undersøg ved hjælp af beregninger, hvilken af de to matematiske modeller der bedst beskriver befolkningsudviklingen i prognosen.

Dette kan udregnes ved at sætte et tal ind på  $x$ 's plads. Vi prøver med et  $x$ , hvor vi kender det tilhørende  $y$ . Fx (2009 ; 511 000), her er 2009 vores  $x$  og 511 000 vores  $y$ .

Model 1:

$$2900 \cdot 2009 - 5\,316\,000 = 510100$$

$$511\,000 - 510\,100 = 900$$

Her er vi 900 fra det tal der er aflæst på grafen.

Model 2:

$$2900 \cdot 2009 + 501\,700 = 6327800$$

Her er vi 5 816 800 fra vores aflæste  $x$ -værdi.

Det er altså model 1 der bedst beskriver befolkningsudviklingen, men for at være helt sikre regner vi lige efter med at andet punkt på grafen. (2019 ; 539 500)

Model 1:

$$2900 \cdot 2019 - 5\,316\,000 = 539100$$

Her er vi 400 fra den aflæste  $x$ -værdi.

Model 2:

$$2900 \cdot 2019 + 501\,700 = 6356800$$

Her er vi 5 817 300 fra.

Dette betyder at model 1 er den model der bedst beskriver befolkningsudviklingen.

**2.4** Bestem, hvor mange indbyggere der efter denne model vil være i København i år 2030.

For at udregne dette skal vi indsætte 2030 i modellen  $y = 2900x - 5\,316\,000$ . Vi fik oplyst, at  $y =$  indbyggere i København, og at  $x =$  årstal, derfor skal 2030 indsættes på  $x$ 's plads.

$$2900 \cdot 2030 - 5\,316\,000 = 571000$$

Dvs. at der i 2030 vil være 571 000 indbyggere i København.

**2.5** Hvornår vil der ifølge modellen være flere end 600 000 indbyggere i København?

Denne gang er det antal indbyggere i København der er vores bekendte, og dette indsættes på  $x$ 's plads.

$$600\,000 = 2900 \cdot x - 5\,316\,000$$

Nu skal vi så isolere  $x$ :

$$600\,000 = 2900 \cdot x - 5\,316\,000$$

$$600\,000 + 5\,316\,000 = 2900 \cdot x - 5\,316\,000 + 5\,316\,000$$

$$\frac{5\,916\,000}{2900} = \frac{2900x}{2900}$$

$$x = \frac{5\,916\,000}{2900} = 2040$$

I år 2040 vil der være over 600 000 indbyggere i København.

### 3. Turen går til København

*Peter bor i Esbjerg og skal med familien til København.*

*Familien består af Peter på 14 år, Marie på 9 år, og deres forældre, der begge er 42 år.*

#### 3.1 Hvilken af de tre viste rejser tager kortest tid?

Rejse 1:

Fra klokken 08:48 til klokken 12:19 er der 3 timer og 29 minutter.

Rejse 2:

Fra klokken 09:41 til klokken 12:50 er der 3 timer og 9 minutter.

Rejse 3:

Fra klokken 09:48 til klokken 13:19 er der 3 timer og 29 minutter.

Rejse 2 tager altså kortest tid.

#### 3.2 Beregn udgiften for standardbilletter fra Esbjerg til København for hele familien.

Det koster 325,00 kr. for hver af forældrene, 163,00 kr. for Peter, og Marie rejser gratis, da hun er under 12 år.

$$325 + 325 + 163 = 813$$

Det koster 813 kr. for hele familien at rejse fra Esbjerg til København.

#### 3.3 Beregn hvor mange procent rejsen vil være dyrere for en voksen der rejser med DSB 1' i stedet for Standard.

For at udregne dette skal vi først bruge  $\frac{\text{del}}{\text{hel}} \cdot 100$  formlen. Her er Standard billetten udgangspunktet, altså vores hel. Først beregnes hvor mange kroner dyrere det er at rejse med DSB 1'. DSB 1' billetten koster 488 kr. og Standard koster 325 kr.

Det vil sige, at det er  $488 - 325 = 163$  kr. dyrere at rejse med DSB 1'.

$$\frac{488 - 325}{325} \cdot 100 = \frac{163}{325} \cdot 100 = 50,15385$$

Det er 50% dyrere, for en voksen, at rejse med DSB 1' i stedet for Standard.

#### 3.4 Undersøg om der er den samme procentvise prisforskel på at rejse med DSB 1' og Standard for de forskellige typer af billetter.

Ved overslagsregning kan jeg se, at det for et barn eller en ung er dobbelt så dyrt at køre med DSB 1', som det er at køre med Standard. Dvs. at det er 100% dyrere.

For en 65+ billet er det også cirka dobbelt så dyrt.

For et 10-turs kort til en voksen, er det lidt over 50% så dyrt at køre med DSB 1'. Der er altså ikke den samme procentvise prisforskel på de forskellige typer af billetter.

**3.5** *Beregn familiens udgift til transport, hvis de vælger at tage bilen til København.*

En liter benzin koster 9,95, og bilen kører 15 kilometer pr. liter benzin.

$$\frac{294 \text{ km}}{15 \text{ km/liter}} = 19,6 \text{ liter}$$

$$19,6 \text{ liter} \cdot 9,95 \text{ kr.} \frac{\text{kr.}}{\text{liter}} = 195,02 \text{ kr.}$$

Familien skal bruge 195 kr. på benzin.

Det koster 2,00 kr. pr. kilometer i øvrige omkostninger til bilens drift.

$$294 \text{ km} \cdot 2 \text{ kr.} \frac{\text{kr.}}{\text{km}} = 588 \text{ kr.}$$

Det koster 588 kr. i øvrige omkostninger.

Oveni det, skal familien betale 215,00 kr. for at køre over Storebæltsbroen.

$$195 + 588 + 215 = 998 \text{ kr.}$$

Familiens udgift, hvis de vælger at tage bilen, bliver 998 kroner.

**3.6** *Beregn rejsetiden for Esbjerg til København i bil.*

Bilen køre 98 km/t i gennemsnittet.

$$\frac{294 \text{ km}}{98 \text{ km/t}} = 3 \text{ timer}$$

Rejsetiden fra Esbjerg til København i bil, vil være 3 timer.

**3.7** *Sammenlign de to transportmuligheder mellem Esbjerg og København med hensyn til rejsetid og pris.*

Den korteste rejsetid i tog er 9 minutter længere end bilturen, og de længste ture i tog er 29 minutter længere. Dog kan familien spare 185 kroner ved at tage toget, frem for at køre i bil.

## 4. Amalienborg

*Dronning Margrethe II er født den 16. april 1940.*

4.1 Beregn Dronning Margrethes alder.

$$2013 - 1940 = 73$$

Dronning Margrethe fylder 73 år, den 16. april 2013. Da vi kun er i Marts 2013, er dronningen altså 72 år.

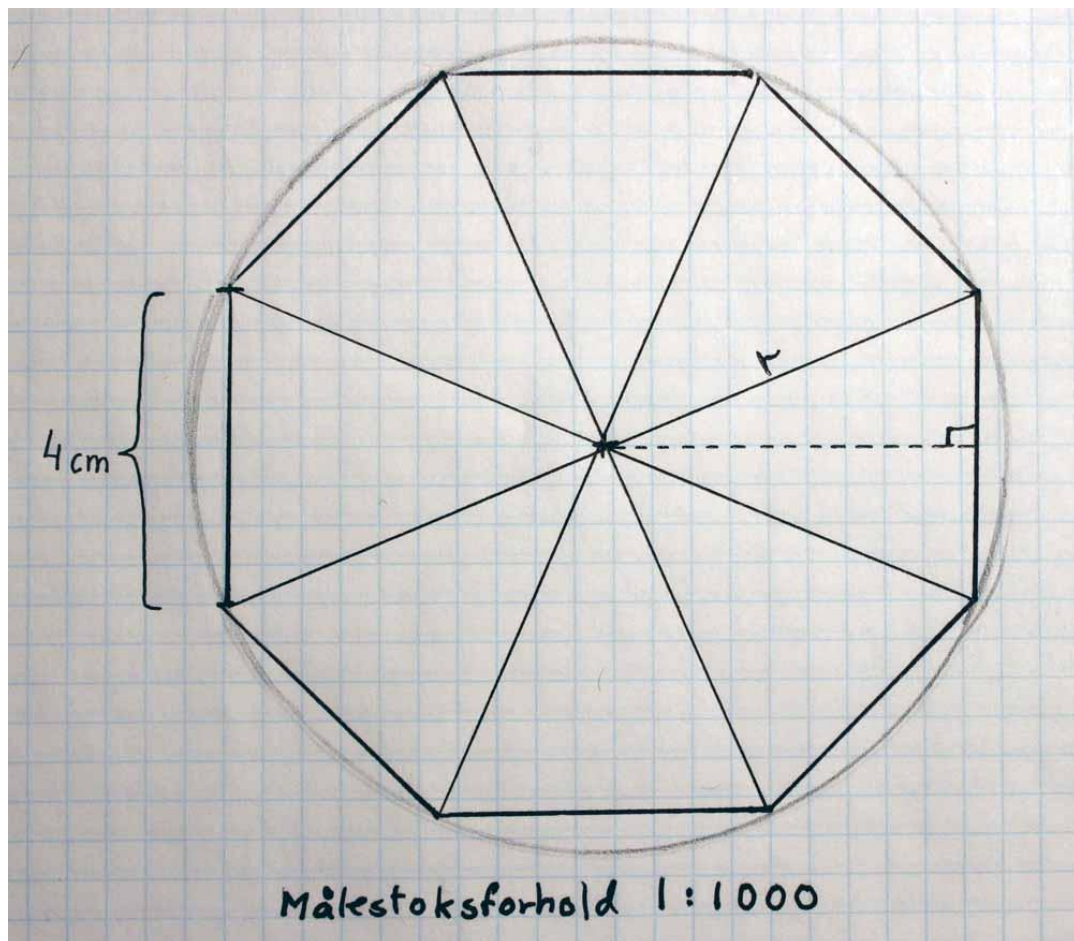
I de nedenstående svar tages udgangspunkt i den påbegyndte figur i opgave.

4.2 Tegn den omskrevne cirkel.

Se figur nedenfor

4.3 Færdiggør tegningen af ottekanten.

Se figur nedenfor





**4.4 Bestem længden af en side på Amalienborg Slotsplads.**

På figuren fremgår målestoksforholdet 1:1000.

Dvs. 1 cm på papiret svarer til 1000 cm på slotspladsen.

Længden af en side er afmålt til 4 cm på papiret.

Dvs. 4 cm svarer til  $\frac{1000 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} \cdot 4 \text{ cm} = 4000 \text{ cm} = 40 \text{ m}$

Længden af en side på Amalienborg Slotsplads er altså 40 m.

**4.5 Beskriv, hvordan arealet af Amalienborg Slotsplads kan beregnes.**

Det ses af figuren at ottekanten kan opdeles i otte ens ligebenede trekanter med de to ens sidelængder,  $r$ , som også udgør radius i cirklen.

Arealet af en trekant beregnes som  $A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$ , hvor højden er angivet som den stiplede linje på figuren. Den kan måles til 4,8 cm på figuren, hvilket svarer til  $\frac{1000 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} \cdot 4,8 \text{ cm} = 4800 \text{ cm} = 48 \text{ m}$  på slotspladsen. Grundlinjen i trekanten er længden af en side på slotspladsen altså 40 m. Nu kan arealet af de 8 trekanter beregnes:

Dvs.  $A = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot h \cdot g = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 48 \text{ m} \cdot 40 \text{ m} = 7680 \text{ m}^2$

Arealet af Amalienborg Slotsplads er altså ca.  $7680 \text{ m}^2$

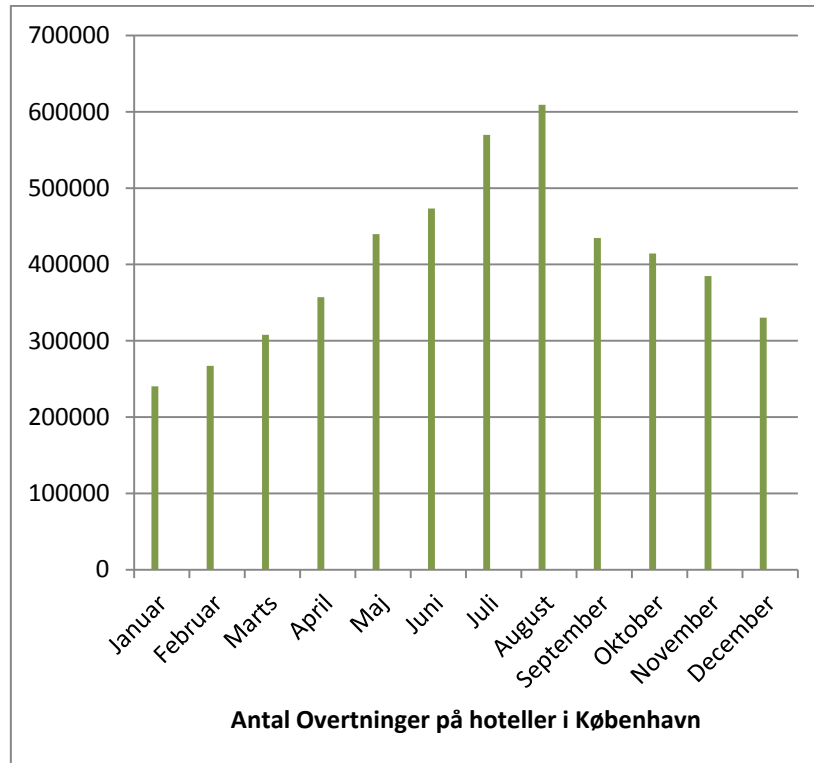
Til denne opgave kunne man også benytte Pythagoras til at beregne højden i trekanten.

**5. Overnatninger i København i 2007**

Tabellen viser antal overnatninger på hoteller, campingpladser og vandrehjem i København i 2007.

| Måned        | Antal Overnatninger |
|--------------|---------------------|
| Januar       | 240 242             |
| Februar      | 267 052             |
| Marts        | 307 721             |
| April        | 357 052             |
| Maj          | 439 711             |
| Juni         | 473 281             |
| Juli         | 569 813             |
| August       | 609 102             |
| September    | 434 709             |
| Oktober      | 414 285             |
| November     | 384 715             |
| December     | 330 149             |
| <b>I alt</b> | <b>4 827 832</b>    |

5.1 Tegn et pindediagram, der viser antal overnatninger i de forskellige måneder.



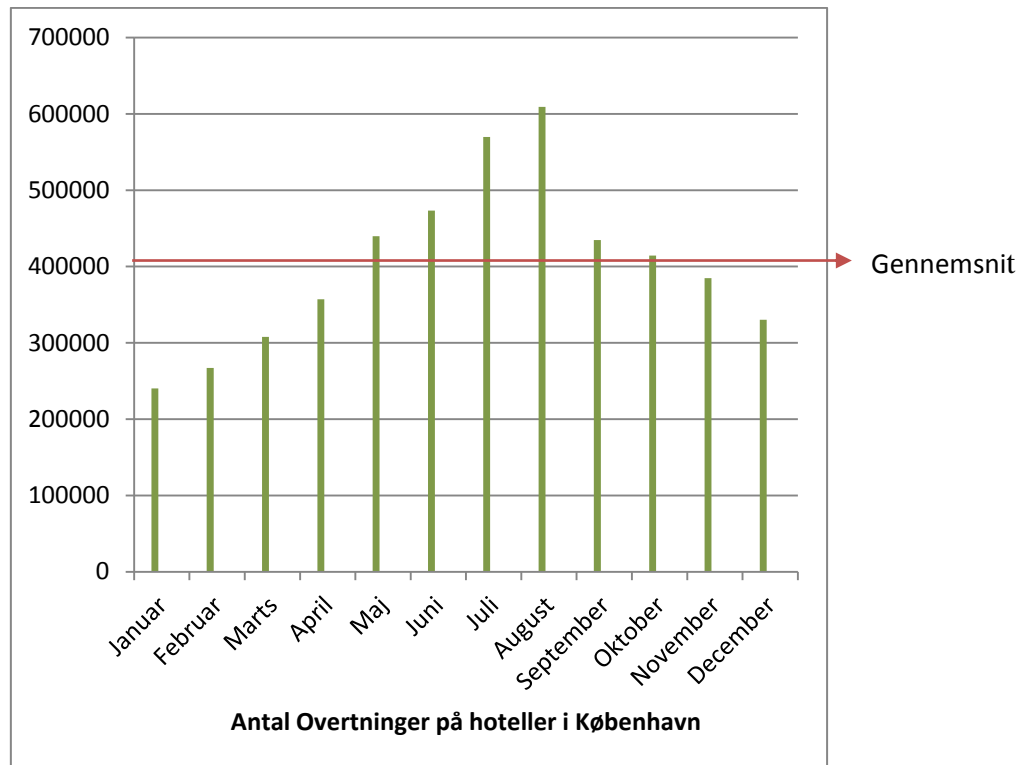
5.2 Beregn det gennemsnitlige antal overnatninger pr. måned.

Der er i alt 4 827 832 overnatninger.

$$\frac{4\,827\,832 \text{ overnatninger}}{12 \text{ måneder}} = 402\,319,3 \frac{\text{overnatninger}}{\text{måned}}$$

Der er i gennemsnit 402 319 overnatninger pr. måned.

5.3 Indtegn i diagrammet en linje, der viser det gennemsnitlige antal overnatninger.



**5.4** I hvilke måneder ligger antal overnatninger over gennemsnittet?

Antallet af overnatninger ligger over gennemsnittet i månederne maj, juni, juli, august, september og oktober.

*Turistforeningen ønsker, at antallet af overnatninger stiger med 5 procent om året.*

**5.5** Beregn, hvor mange overnatninger turistforeningen ønsker der skal være i 2015.

For at udregne dette kan vi anvende følgende formel:

$$K_n = K_0 \cdot (r + 1)^n$$

Hvor  $K_n$  er antal overnatninger i 2015,

$K_0$  er antal overnatninger i 2007, altså 4 827 832, og

$n$  er antal år fra 2007 til 2015 altså  $n=8$ .

$r$  er procentstigningen, her er det 5%, omregnet til decimaltal ved at dividere med 100,

$\frac{5}{100} = 0,05$  dvs.  $r$  skal være 0,05. Indsat i formlen fås:

$$4\,827\,832 \cdot (0,05 + 1)^8 = 7\,132\,907$$

I år 2015 skulle der gerne være 7 132 907 overnatninger på hotellerne i København.